**Union, Superposition, and Decomposition Property**

**PDF of Poisson Distribution**

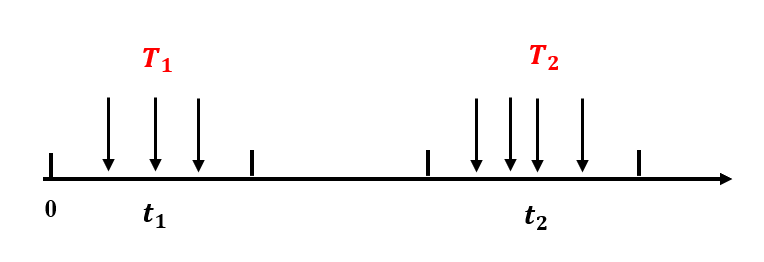


指的是一段時間發生的次數，但有時候公式會是 ，兩個 意思不同，後者是單位時間内事件發生的次數(即發生率occur rate，乘上時間就是一段時間内事件發生的次數)。以下 均表示為發生率，因此機率密度函數為，

**Union Property**

If *I* is the union of a finite number of disjoint intervals and the length of the disjoint intervals, sum up to and k is the number of arrivals in *I* from poisson process with rate , the *k* has the poisson distribution with parameter

意思就是在 時間間隔發生了k1次事件， 時間間隔發生了k2 次事件，分別屬於poisson，而且有同一個發生率 。加總k1和k2，也同屬於poisson，此時為 。



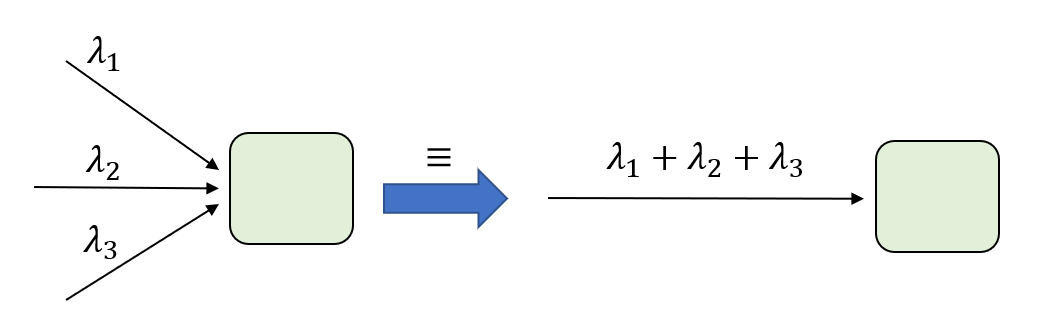
**Proof:** 假設 時間間隔發生了k1次事件， 時間間隔發生了k2 次事件



**Superposition Property**

If are independent poison process with rate respectively. Then their superposition is also a poisson process with rate ()

意思就是有好幾個不同發生率的poisson process在同一時間作用，那麽總的來看，也是一個poisson process，如下圖所示，



**Proof**

**Conclusion**

* **Union**: 在不同時間間隔中發生的poisson process 加總起來，結果仍為poisson process，前提是發生率相同。
* **Superposition**: 在同一時間間隔，發生在其中的poisson process，加總起來仍爲poisson process
* Union是針對時間間隔的事件加總
* Superposition是針對每個不同的poisson process的發生率加總

**Decomposition Property**

If a poisson process *A* with rate is decomposed into processes by assigning each arrival in *A* to , with probability . (where *i =1,2,3,4…n*) and ( ). Then are poisson process with rate

意思就是把一個大的poisson process *A*分開成很多小的，這些 也分別是poisson process，且發生率為 。

